

## Esercitazione sulla retta - Soluzioni esercizi 4 e 5

**Esercizio 1.** Rappresenta sul piano cartesiano i seguenti punti:

$$A = (-15, -7) \quad B = (17, -7) \quad C = (13, 4) \quad D = (-14, 4)$$

Disegna i segmenti  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  e  $\overline{DA}$ . Calcola il perimetro e l'area della figura geometrica ottenuta.

**Esercizio 2.** Determina quali fra le seguenti equazioni rappresentano una retta, scrivile in forma implicita e determina i coefficienti  $a, b, c \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3}x &= 7y & 127y - \frac{5}{7}x + 22 &= 0 & 23x^2 &= 34y \\ \sqrt{5}x + y &= 3 & x &= 23 + y^3 & 23x^2 + 16y^2 - 36 &= 0 \\ y &= 5 & 7x &= 8y^2 + 5 & \pi y &= x + 3 & 4x &= 80 \end{aligned}$$

**Esercizio 3.** Rappresenta sul piano cartesiano la retta  $r$  di equazione  $8x - 2y + 2 = 0$ . Individua il coefficiente angolare e il punto d'intersezione con l'asse  $y$ .

Verifica se  $r$  passa per i punti  $A = \left(\frac{1}{5}, \frac{9}{5}\right)$  e  $B = \left(\frac{1}{4}, -\frac{3}{7}\right)$

**Esercizio 4.** Determina l'equazione della retta  $s$  passante per  $P = \left(\frac{3}{5}, -\frac{7}{2}\right)$  e parallela alla retta  $r$  di equazione  $5x - \frac{9}{5}y + 2 = 0$ .

Le rette passanti per  $P = \left(\frac{3}{5}, -\frac{7}{2}\right)$  sono infinite quindi, per determinare  $s$ , ci serve almeno un altro dato. Poiché  $s$  è parallela a  $r$  possiamo determinare il suo coefficiente angolare  $m_s$  a partire dal coefficiente angolare  $m_r$  di  $r$ . Per determinare  $m_r$  scriviamo l'equazione di  $r$  in forma esplicita:

$$5x - \frac{9}{5}y + 2 = 0 \quad (\text{spostiamo } 5x \text{ e il termine noto al secondo membro})$$

$$-\frac{9}{5}y = -5x - 2 \quad (\text{moltiplichiamo per } -1 \text{ entrambi i membri})$$

$$\frac{9}{5}y = 5x + 2 \quad (\text{moltiplichiamo per } \frac{5}{9} \text{ entrambi i membri per ottenere } 1 \text{ come coefficiente di } y)$$

$$\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5}y = (5x + 2) \cdot \frac{5}{9} \quad (\text{svolgiamo i prodotti finali})$$

$$y = \frac{25}{9}x + \frac{10}{9}$$

Quindi  $m_r = \frac{25}{9}$ .

Ricordiamo che due rette sono parallele se e solo se hanno lo stesso coefficiente angolare. Perciò

$$m_s = m_r = \frac{25}{9}.$$

Poiché conosciamo coefficiente angolare di  $s$  e un punto per cui passa, possiamo determinare la sua equazione attraverso la formula dell'equazione di una retta passante per un punto e di direzione

assegnata:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad (\text{sostituiamo le coordinate di } P \text{ in } x_0 \text{ e } y_0)$$

$$y - \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{25}{9} \left(x - \frac{3}{5}\right) \quad (\text{svolgiamo i calcoli})$$

$$y + \frac{7}{2} = \frac{25}{9}x - \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} \quad (\text{svolgiamo i calcoli})$$

$$y + \frac{7}{2} = \frac{25}{9}x - \frac{5}{3} \quad (\text{isoliamo } y \text{ al primo membro})$$

$$y = \frac{25}{9}x - \frac{5}{3} - \frac{7}{2} \quad (\text{svolgiamo i calcoli})$$

$$y = \frac{25}{9}x - \frac{31}{6}$$

**Esercizio 5.** Determina l'equazione della retta  $s$  passante per  $P = \left(\frac{3}{5}, -\frac{7}{2}\right)$  e perpendicolare alla retta  $r$  passante per  $A = \left(2, -\frac{8}{3}\right)$  e  $B = \left(-\frac{1}{4}, \frac{11}{6}\right)$ .

Come nell'esercizio precedente, le rette passanti per  $P = \left(\frac{3}{5}, -\frac{7}{2}\right)$  sono infinite quindi, per determinare  $s$ , ci serve almeno un altro dato. L'altro dato utile possiamo determinarlo sfruttando la perpendicolarità fra  $r$  e  $s$ . Infatti, poiché  $s$  è perpendicolare alla retta  $r$  possiamo determinare il suo coefficiente angolare  $m_s$  a partire dal coefficiente angolare  $m_r$ . Possiamo determinare il coefficiente angolare di  $r$  utilizzando la formula 2.6<sup>1</sup> (coefficiente angolare di una retta passante per due punti), oppure possiamo determinare l'equazione della retta  $r$  passante per i due punti  $A = \left(2, -\frac{8}{3}\right)$  e  $B = \left(-\frac{1}{4}, \frac{11}{6}\right)$  con la formula 2.8. Il primo metodo è più veloce, il secondo richiede più calcoli, per esercizio svolgerò il secondo:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (\text{sostituiamo le coordinate di } A \text{ in } x_1 \text{ e } y_1, \text{ quelle di } B \text{ in } x_2 \text{ e } y_2)$$

$$\frac{y - \left(-\frac{8}{3}\right)}{\frac{11}{6} - \left(-\frac{8}{3}\right)} = \frac{x - 2}{-\frac{1}{4} - 2} \quad (\text{svolgiamo i calcoli nei denominatori})$$

$$\frac{y + \frac{8}{3}}{\frac{11}{6} + \frac{8}{3}} = \frac{x - 2}{-1 - 8} \quad (\text{continuiamo a svolgere i calcoli nei denominatori})$$

$$\frac{y + \frac{8}{3}}{\frac{11 + 16}{6}} = \frac{x - 2}{-9} \quad (\text{continuiamo a svolgere i calcoli nei denominatori})$$

$$\frac{y + \frac{8}{3}}{\frac{27}{6}} = \frac{x - 2}{-9} \quad (\text{semplifichiamo il primo denominatore})$$

$$\frac{y + \frac{8}{3}}{\frac{9}{2}} = \frac{x - 2}{-9} \quad (\text{poiché } \frac{a}{\frac{b}{c}} = a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b})$$

$$\frac{2}{9} \cdot \left(y + \frac{8}{3}\right) = (x - 2) \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)$$

---

<sup>1</sup>Vedi appunti.

$$9 \cdot \frac{2}{9} \cdot \left(y + \frac{8}{3}\right) = (x - 2) \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) \cdot 9 \quad (\text{moltiplichiamo per 9 entrambi i membri per eliminare i denominatori})$$

$$2 \cdot \left(y + \frac{8}{3}\right) = (x - 2) \cdot (-4) \quad (\text{dividiamo per 2 entrambi i membri})$$

$$\frac{2}{2} \cdot \left(y + \frac{8}{3}\right) = (x - 2) \cdot \frac{(-4)}{2} \quad (\text{semplifichiamo le frazioni})$$

$$y + \frac{8}{3} = (x - 2) \cdot (-2) \quad (\text{svolgiamo i calcoli al secondo membro})$$

$$y + \frac{8}{3} = -2x + 4 \quad (\text{isoliamo la } y)$$

$$y = -2x + 4 - \frac{8}{3} \quad (\text{svolgiamo i calcoli})$$

$$y = -2x + \frac{4}{3}$$

Dall'equazione di  $r$  così ottenuta possiamo individuare il coefficiente angolare  $m_r = -2$ . Allora il coefficiente angolare della retta  $s$  perpendicolare a  $r$  è:

$$m_s = -\frac{1}{m_r} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

Ora possiamo determinare l'equazione di  $s$  attraverso la formula dell'equazione di una retta passante per un punto e di direzione assegnata:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad (\text{sostituiamo le coordinate di } P \text{ in } x_0 \text{ e } y_0)$$

$$y - \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2} \left(x - \frac{3}{5}\right) \quad (\text{svolgiamo i calcoli})$$

$$y + \frac{7}{2} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \quad (\text{isoliamo la } y)$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} - \frac{7}{2} \quad (\text{sommiamo i termini al secondo membro})$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{-3 - 35}{10}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{38}{10}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{19}{5}$$