

Esercizi sui limiti

Esercizio 1. Calcola i seguenti limiti:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^3 - 1}$ [0]
2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ [1]
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 1}{x^2 + 1}$ [-1]
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x + 1} - x^2 \right)$ $[-\frac{1}{2}]$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 2}{x^2 + 2x - 3}$ $[\infty]$
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{x + 2} - \frac{x^2 + 1}{4 - x^2} \right)$ $[\infty]$
7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)^{-1}}{x^2 - x - 2}$ $[\infty]$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 9}{x^4 + x^2}$ $[-\infty]$
9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^5 - 2}$ [0]
10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{(-x - 100)^5}$ [0]

Esercizio 2. Calcola i seguenti limiti e determina gli eventuali asintoti:

1. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)x}{x^2 - 1}$ $[\frac{1}{2}]$
2. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{3}{x^2 - 1} \right)$ $[-\infty]$
3. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^3 - 6x^2 + 5x}{x^3 - 3x^2}$ $[+\infty]$
4. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - x + 2}$ [0]
5. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$ [0]
6. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 9x}{x^4 + x^2}$ $[-\infty]$
7. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{(x - 2)^2} - \frac{1}{x^2 - 2x} \right)$ $[+\infty]$
8. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x}{x - 2} - \frac{x^2 + 1}{4 - x^2} \right)$ $[-\infty]$

Suggerimento: scrivere la funzione in modo equivalente in modo tale che il limite non sia più una forma indeterminata.

Esercizio 3. Calcola i seguenti limiti:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 300x^2 - 2019)$ [$+\infty$]
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{2}x^3 + 5x^2 - 50 \right)$ [$+\infty$]
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x)^3$ [$-\infty$]
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left((1 - \sqrt{3})x^3 - 5x^2 - 1 \right)$ [$+\infty$]
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-1}$ [0]
6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x}$ [$+\infty$]
7. $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x} - 5}{x - 25}$ [$\frac{1}{10}$]
8. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ [6]
9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 5}{x^2 + x}$ [3]
10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 5x^2}{3x}$ [$-\infty$]
11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^4 - 3x^2 + 2}{-5x^4 + 4x - 1}$ [-2]
12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 6x + 5}{x + 4}$ [$+\infty$]
13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - 10x^2}{4x^2 - 3}$ [$-\frac{5}{2}$]
14. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1 - 4x^3)^2}{(2x^2 + 1)^3}$ [2]
15. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$ [2]
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^2 - 4}{x^2 + 2x}$ [2]
17. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 4x - 12}$ [0]
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(x+1)^2} - 1}{x}$ [-2]
19. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + 8}{e^x - 2}$ [-4]
20. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} + 3}{e^{4x} - 100}$ [0]
21. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2e^{-x} + 1}{6e^{-x} - 5}$ [$\frac{1}{3}$]
22. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - e^{-2x}}{e^{-x} + 2}$ [$-\infty$]

23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log^2(x) - \log(x)}{\log(x) + 1}$ [$+\infty$]
24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(5x)}{\log(3x)}$ [1]
25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log\left(\frac{x^3 + 1}{x^3 - 1}\right)$ [0]
26. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(3x)}{\log(6x^2)}$ [$\frac{1}{2}$]
27. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 100)e^{-3x}$ [0]
28. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 e^x$ [0]
29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x) - 20}{\sqrt[3]{x} + 10}$ [0]
30. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \log(x)$ [0]
31. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - \log(x))$ [$+\infty$]
32. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \log^2(x) + 2x^4}{x^3 - x}$ [$+\infty$]

Esercizio 4. Determina gli asintoti verticali, orizzontali e obliqui delle seguenti funzioni:

1. $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{4x^2 - 4x}$ [$x = 0, x = 1, y = \frac{1}{2}$]
2. $f(x) = \sqrt{\frac{9x - 9}{x + 2}}$ [$x = -2, y = 3$]
3. $f(x) = \sqrt{4x^2 - 9}$ [$y = -2x, y = 2x$]
4. $f(x) = \frac{2x^4 + 1}{x^3 - x}$ [$x = -1, x = 0, y = 2x$]
5. $f(x) = x\sqrt{\frac{x}{x + 1}}$ [$x = -1, y = x - \frac{1}{2}$]
6. $f(x) = \frac{x^2 - x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ [$y = x - 1, y = x + 1$]
7. $f(x) = \frac{1}{e^x - 2}$ [$x = \ln(2), y = 0, y = -\frac{1}{2}$]
8. $f(x) = \log\left(\frac{x - 4}{x^2 - 1}\right)$ [$x = -1, x = 1, x = 4$]
9. $f(x) = (x - 2)e^{\frac{1}{x}}$ [$x = 0, y = x - 1$]
10. $f(x) = \log(1 + e^{2x})$ [$y = 0, y = 2x$]

Esercizio 5. Si determini il comportamento delle seguenti funzioni agli estremi del dominio di definizione e gli eventuali asintoti

1. $f(x) = \frac{x}{1 - x}$
2. $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$
3. $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$

4. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1}$

5. $f(x) = \frac{2^x}{2^x - 1}$

6. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{3x - 4}$

7. $f(x) = e^{1-x^2}$

8. $f(x) = \log(1 + x^2)$

9. $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

10. $f(x) = \log(1 - x^2)$

Esercizio 6. *Dai la definizione di limite per intorni.*

Esercizio 7. *Dai la definizione di limite con ϵ e δ .*

Esercizio 8. *Dai la definizione di asintoto verticale e fornisci un esempio.*

Esercizio 9. *Dai la definizione di asintoto orizzontale e fornisci un esempio.*

Esercizio 10. *Dai la definizione di asintoto obliquo e fornisci un esempio.*